マルチキャストストリーミングにおける
ダウンロードレート分布の評価法

01307082　会津大学　豊泉　洋　TOYOIZUMI Hiroshi

1　はじめに

ブロードバンド環境による常時接続が一般家庭に浸透し、より多くの人たちが気軽にストリーミングによる映像サービスを受けることができるようになった。本論文では、オンデマンドでユーザーにストリーミング映像を提供するサービスをモデル化し、ストリーミングサーバーからのダウンロードレートの分布を導出する方法について述べる。

ユーザーからのリクエストに対して、コンテンツのオブジェクトを遅延せずに配送する最も容易な方法は、ストリーミング配信を行うサーバーとユーザーごとにユニキャストのリンクをオンデマンドで設定することである。しかし、この方法では、映像配信サーバーからのダウンロードレートが、同時に接続するユーザーの数に対して線形のオーダーで増加してしまう。この問題を解決し、配信サーバーの帯域を効率的に使う方法が、精力的に検討されている [4, 1, 3, 2, 5]。特に、[8, 7] では、マルチキャストストリーミングサーバーの平均ダウンロードレートを削減するために、マルチキャストとユニキャストを組み合わせた簡易な方法ついて数学的にモデル化し、平均ダウンロードレートの最適化の手法について述べている。ここでは、[8] の方法を使った場合にダウンロードレートの分布の z 変換形を導出する。

2　ストリーミングサービスのモデル化

ユーザーはストリーミングサービスを受ける場合には、あらかじめ決められたストリーミングサーバーへの接続を行い、マルチキャスト、ユニキャストの２チャンネルが同時に受信できるとする。ユーザーは、リクエスト時点で聴取可能なマルチキャストストリームがない場合には、新たに、マルチキャストストリームを配信を要求する。リクエスト時点にマルチキャストストリームがある場合には、このマルチキャストストリームを聴取し、同時に、配信済みのためマルチキャストストリームとして受信できなかった部分をユニキャストして受信する。こうして、ユーザーは待ちなしで、ストリーミングサービスを受けることができる（図 1 参照）。[8] では、平均ダウンロードレートを最小にするように、到着時点に聴取可能なマルチキャストストリームがあったとしても、あえて新しいマルチキャストストリームの配信を要求することができるとしたが、ここでは、簡単のため、マルチキャストストリームが存在する場合には、新たにマルチキャストストリームを要求しないとする。

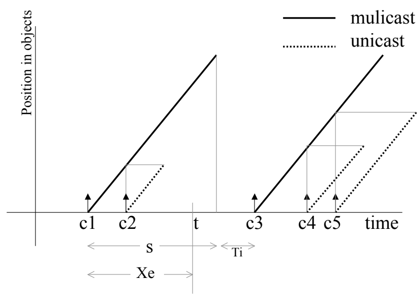

図 1　マルチキャストとユニキャストを組み合わせたストリーミング配信:C1 - 5 はユーザーからのリクエストの発生時刻を表す。

簡単のため、ストリーミングサーバー上のコンテンツオブジェクトは、長さ s で、そのプレイレート（再生レート）を 1 とする。また、視聴者からのストリーミングサーバーへのリクエストは、レート λ の Poisson 過程に従うと仮定する。以下では、サービス開始から充分時間の経過した定常状態を仮定する。

Theorem 1. 任意の時刻 t で視聴されている（アクティブな）ストリーミングの数を $L(t)$ とすると、その z 変換は次のように次のように表すことができる。

$$E[z^{L(t)}] = \frac{1}{1+\rho}\Big[ze^{(\rho-1)(z-1)/2}\int_{e^{-\rho}}^{1} e^{(z-1)y/2}\frac{dy}{y} + \frac{2}{z+1}\Big\{e^{-\rho(1-z)/2} - e^{-\rho}\Big\} + e^{-\rho}\Big]. \quad (1)$$

但し、$\rho = \lambda s$ とした。

Proof. T_i を平均 $1/\lambda$ の指数分布に従う確率変数とすると、親マルチキャストの発生時点は、$X = s + T_i$ を間

隔とする再生過程 [6] となる。任意の時刻 t からその直前の再生時点までの時間 (前方再帰時間) を X_e とすると、その密度関数は以下で与えられる。

$$(1+\rho)\frac{dP\{X_e \le u\}}{du} = \begin{cases} \lambda u & \text{if } u \le s, \\ 1+\rho-e^{-\lambda(u-s)} & \text{if } u > s. \end{cases} \tag{2}$$

時刻 t を含む再生周期内に発生し、時刻 t でアクティブなユニキャストストリームの数を L_1 とする。同様に L_0 を前周期に発生し、時刻 t でアクティブなユニキャストストリーム数とすると、$L(t) = 1_{(X_e \le s)} + L_0 + L_1$ と表すことができる。$X_e = u$ について条件付けして考えると、$u \le s$ においては L_0 と L_1 はそれぞれ独立な Poisson 分布であることがわかり、その平均は $\lambda s P_0(u)$ と $\lambda u/2$ となることがわかる。但し、$P_0(u) = \{\lambda(s-u) - (1-e^{-\lambda(s-u)})\}/(2\rho)$ とした。また、$s < u \le 2s$ においては $L_0 = 0$ であり、L_1 は平均 $\lambda(s-u/2)$ の Poisson 分布となることもわかる。$u > 2s$ については、$L = 0$ である。これらの結果より、

$$E[z^L(t)] = \int_0^\infty E[z^L(t)|X_e = u]dP\{X_e \le u\} \tag{3}$$

において、積分区間を適当に分割して計算することにより、(1) が得られる。 □

Theorem 1 より、適当に z について微分して $z \to 1$ の極限をとることで、以下のような結果が得られる。

Corollary 1. 任意の時刻 t におけるアクティブなストリーム数 $L(t)$ の平均、分散は以下のように与えられる。

$$E[L(t)] = \frac{2\rho+\rho^2}{2(1+\rho)} < \rho. \tag{4}$$

$$V[L(t)] = \{4\rho^3 - 4\rho^2 + 11\rho + 9 - 4(\rho^2+3\rho+2)e^{-\rho} - (\rho+1)e^{-2\rho}\}/\{8(1+\rho)^2\}. \tag{5}$$

Remark 1. *[8]* では、初等的な方法で $E[L(t)]$ を求めており、これは *Corollary 1* の結果と一致している。しかし、*[8]* のような初等的な方法で $Var[L(t)]$ を求めることは困難である。

3 数値例

すべてのリクエストをユニキャストで処理する場合は、サービス時間が s の $M/D/\infty$ 待ち行列モデルになることがわかるので、任意時点のアクティブなストリーム数は平均が ρ の Poisson 分布に従うことがわかる。図では、$M/D/\infty$ の場合と Section 2 の結果を比較する。平均 $E[L(t)]$ だけではなく、分散 $V[L(t)]$ も Section 2 のようにユニキャストとマルチキャストを混在させた方が削減されることがわかる。これらの結果を使うことにより、ストリーミングサーバーに必要な帯域の設計も可能になる。

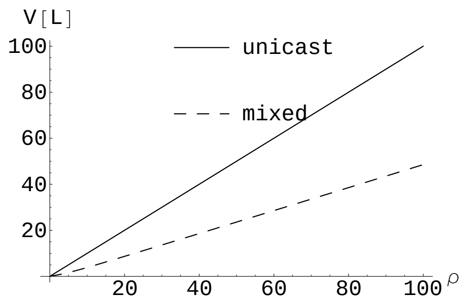

図 2 ユニキャストだけで実現した場合とユニキャストとマルチキャストをミックスした場合の $V[L(t)]$ の比較。

参考文献

[1] John W. Byers, Michael Luby, Michael Mitzenmacher, and Ashutosh Rege. In *SIGCOMM*, pages 56–67, 1998.

[2] Derek L. Eager, Mary K. Vernon, and John Zahorjan. In *ACM Multimedia (1)*, pages 199–202, 1999.

[3] Derek L. Eager, Mary K. Vernon, and John Zahorjan. *Knowledge and Data Engineering*, 13(5):742–757, 2001.

[4] Kien A. Hua and Simon Sheu. In *SIGCOMM*, pages 89–100, 1997.

[5] Anirban Mahanti, Derek Eager, Mary Vernon, and David Sundaram-Stukel. *Proceedings of SIGCOMM'2001*, page 12, 2001.

[6] S. M. Ross. *Stochastic Processes.* John Wiley and Sons, 1996.

[7] Hiroyuki Tanaka and Hioshi Toyoizumi. In *The Fifth Workshop on Internet Technology (WIT2003)*, pages 9 – 14, 2003.

[8] Hiroshi Toyoizumi and Hiroyuki Tanaka. *TECHNICAL REPORT OF IEICE*, NS2004-17:33–36, 2004.

[9] R.W. Wolff. *Stochastic modeling and the theory of queues.* Princeton-Hall, 1989.